

Экзамен по направлению
”Прикладная математика и информатика“
для поступающих в магистратуру
Факультета Космических Исследований
по направлению подготовки
”Методы и технологии дистанционного зондирования Земли“

Демонстрационный вариант
2017 год

1. Разложите функцию $f(x) = |x|$, $x \in [-\pi, \pi]$, в ряд Фурье по тригонометрической системе. Исследуйте полученный ряд на равномерную сходимость на отрезке $[-\pi, \pi]$.
2. Найдите собственные числа линейного оператора T , действующего в пространстве \mathbb{C}^4 по правилу

$$T \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ x_4 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -x_2 \\ x_1 - x_3 \\ x_2 + x_4 \\ x_3 \end{pmatrix}$$

(координаты x_j вычисляются в стандартном базисе).

3. Найдите все непрерывные на \mathbb{R} решения дифференциального уравнения

$$x(x-1)y'' - xy' + y = 0.$$

4. Пусть $u(x, t)$, $x \in \mathbb{R}^3$, $t \geq 0$ — решение обобщенной задачи Коши

$$\begin{cases} \frac{\partial^2 u}{\partial t^2} - a^2 \Delta u = f(x, t), \\ u(x, t) \xrightarrow[t \rightarrow +0]{\mathfrak{D}'} \varphi(x), \\ \frac{\partial u(x, t)}{\partial t} \xrightarrow[t \rightarrow +0]{\mathfrak{D}'} \psi(x), \end{cases} \quad f(x, t) = \begin{cases} f(x), & \text{при } t \in [0, T], \\ 0, & \text{иначе.} \end{cases}$$

Известно, что функции φ , ψ и f равны нулю везде, вне сферы $|x| = R$, а на самой сфере непрерывны и отличны от нуля. Считая $T < R/a$, найдите для $t_0 = 2R/a$ область $\Omega \subset \mathbb{R}^3$, для каждой точки которой $u(x, t_0) = 0$ при любых φ , ψ и f из указанного класса.

5. Выясните, к какому из корней уравнения $x^3 - x = 0$ в зависимости от начального приближения x_0 сходится метод Ньютона. Возможна ли расходимость?
6. Дан массив целых чисел длины n . Для данного натурального k напишите программу циклического сдвига элементов массива на k позиций вправо. Программа должна принимать массив и число k и возвращать сдвинутый массив. Допустимые языки программирования: FreePascal, Delphi, C, C++, Java. Программа должна быть максимально эффективной по времени работы и занимаемой памяти. Неэффективное решение рассматривается как ошибочное.
7. Дайте определение и подробно опишите схему работы КЭШ-памяти первого уровня в современных процессорах.
8. Какие нормальные формы отношений, используемые при проектировании реляционных баз данных, вы знаете? Опишите кратко каждую форму.