

КОСМОНАВТИКА. КЛАССЫ 8, 9.  
УСЛОВИЯ, РЕШЕНИЯ И ОТВЕТЫ

1. Функция  $f(t)$  описывает траекторию струи воздуха при движении космического аппарата в атмосфере (здесь  $t$  – время). Функция определена на всей числовой прямой и для каждого  $t$  удовлетворяет уравнению

$$f(t) + t \cdot f(1 - t) = \frac{t + 1}{t^2 - t + 1}.$$

Найдите  $f(5)$ .

**Решение:**

Подставим  $t = 5, t = -4$  в заданное уравнение на  $f(t)$  и получим систему линейных уравнений с двумя неизвестными:

$$\begin{cases} f(5) + 5f(-4) = \frac{2}{7} \\ f(-4) - 4f(5) = \frac{-1}{7} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} f(5) = \frac{1}{21} \\ f(-4) = \frac{1}{21} \end{cases}$$

**Ответ:**  $f(5) = \frac{1}{21}$

2. Второй космической скоростью  $v_{2k}$  называется минимальная скорость, которую нужно сообщить в вертикальном направлении телу для того, чтобы оно неограниченно удалилось от поверхности планеты, причем его скорость на бесконечно большом расстоянии от планеты стала равной нулю. Известно, что для Земли  $v_{2k} = 11,2$  км/с. Какова будет скорость  $V_{\infty}$  тела на бесконечно большом расстоянии от Земли, если на поверхности Земли сообщить ему вертикальную скорость  $u = 12,2$  км/с? Влиянием вращения Земли вокруг оси и притяжением других небесных тел можно пренебречь. Ответ приведите в км/с, округлив до сотых.

**Решение:**

Из определения второй космической скорости и из закона сохранения механической энергии следует, что  $\frac{mv_{2k}^2}{2} = \Delta E_{\text{П}}$ , где  $m$  – масса тела,  $\Delta E_{\text{П}}$  – приращение потенциальной энергии тела при перемещении его с поверхности Земли в бесконечно удаленную точку. Если начальная скорость тела равна  $u > v_{2k}$ , то  $\frac{mu^2}{2} = \Delta E_{\text{П}} + \frac{mv_{\infty}^2}{2}$ . Из записанных равенств получаем, что  $V_{\infty} = \sqrt{u^2 - v_{2k}^2}$

**Ответ:**  $V_{\infty} = \sqrt{u^2 - v_{2k}^2} \approx 4,84$  км/с

3. Пять выключателей расположены последовательно в ряд. Каждый может находиться в одном из двух положений – выключено (обозначается нулем) и включено (обозначается единицей). Свет включается, если есть пара выключателей, которая включена, и эти выключатели не являются соседями в ряду из единиц.

Вводятся пять чисел, каждое из которых равно 0 или 1. Требуется вывести YES, если свет загорится и NO в противном случае.

Пример:

Ввод: 1 0 1 1 0

Вывод: YES

Ввод: 1 1 1 0 0

Вывод: NO

**Решение:** Ниже приведено одно из возможных решений на языке Python:

```
l = input("Введите строку без пробелов:")
```

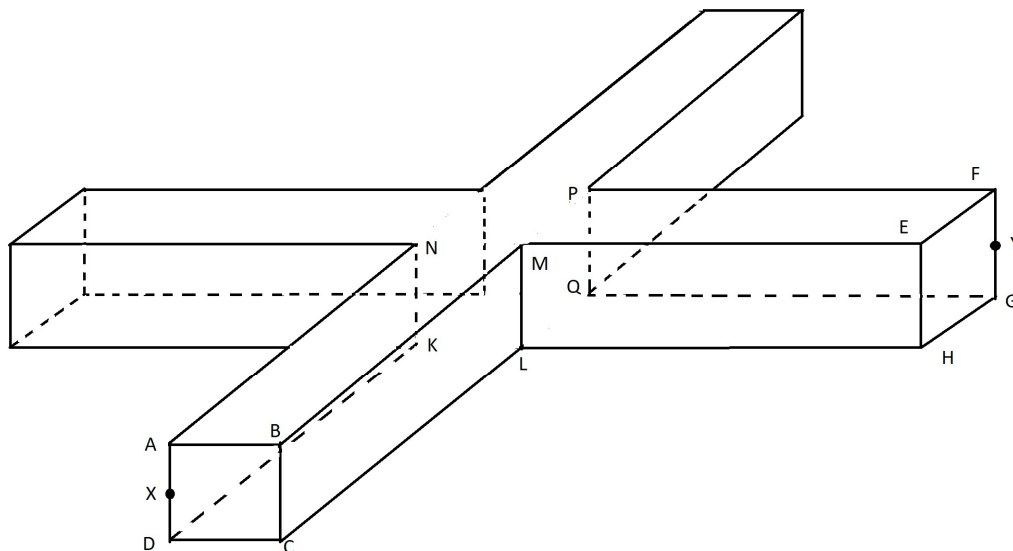
```
if (l.find("101")!=-1)or(l.find("1001")!=-1)or(l.find("10001")!=-1):
```

```

print('Yes')
else:
print('No')

```

4. Космическая станция составлена из центрального куба и четырех одинаковых прямоугольных параллелепипедов (см. рисунок), длина которых в  $k = 4$  раза больше двух других размеров:



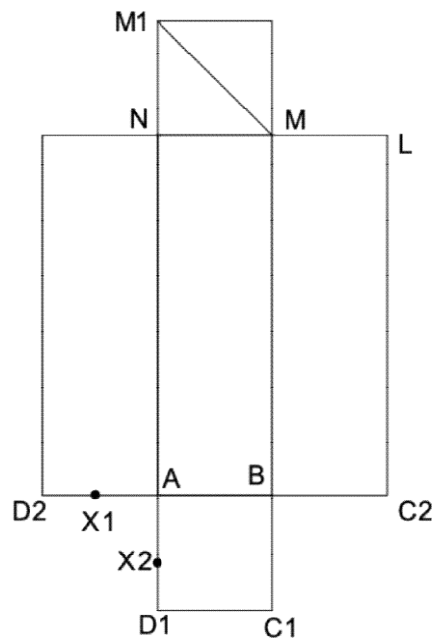
$$AN = DK = BM = CL = PF = QG = ME = LH = 4AB = 4BC = 4EF = 4FG.$$

Космонавту, вышедшему в открытый космос, необходимо добраться из точки  $X$  – середины ребра  $AD$ , в точку  $Y$  – середину ребра  $FG$  по поверхности станции. Проложите кратчайший маршрут.

### Решение:

Заметим, что в силу симметрии станции, можно считать, что путь проходит только по верхней поверхности станции. Обозначим дополнительно оставшиеся вершины центрального куба  $M_1$  и  $L_1$ . Любой путь их  $X$  в  $Y$  пересекает плоскость  $(MLM_1)$ . Тогда в силу симметрии станции очевидно, что оптимальный путь симметричен относительно плоскости  $(MLM_1)$ . Таким образом осталось найти кратчайший путь от точки  $X$  до сечения  $(MLM_1L_1)$  по верхней поверхности станции. Сделаем развертку на верхнюю плоскость, сделав разрез по  $AD$  и  $BC$ :

Таким образом, точке  $X$  на развертке соответствуют точки  $X_1$  и  $X_2$ . Остается найти кратчайший путь от этих точек до ломаной  $M_1ML$ , что соответствует пути по поверхности до сечения  $MLM_1L_1$ , а весь искомым путь будет состоять из двух таких симметричных путей. Рассмотрим путь, выходящий из  $X_1$ . Угол  $\angle M_1MX_1$  тупой, значит перпендикуляр из точки  $X_1$  падает на продолжение  $MM_1$  за точку  $M$ , и значит ближайшая к  $X_1$  точка на отрезке – точка  $M$ . Аналогично  $\angle LMX_1$  – тупой, значит  $M$  и ближайшая точка к  $X_1$  на отрезке  $ML$ , а значит и на всей ломаной.  $X_1M = \sqrt{73}/2$ , а весь путь будет иметь длину  $\sqrt{73}$ . Аналогично можно проверить, что  $M$  также ближайшая точка ломанной и для точки  $X_2$ . Находим  $X_2M = \sqrt{85}/2$ , а весь путь будет иметь длину  $\sqrt{85}$ . Таким



образом выбираем кратчайший путь на развертке  $X_1M$  (итоговый путь получается его симметричным отражением относительно  $MM_1$ ).

5. На борту Российского сегмента Международной космической станции для приготовления горячей пищи космонавтам нужно воспользоваться специальным агрегатом – системой регенерации воды из конденсата атмосферной влаги (СРВ-К2М). Эта система подогревает нужный объем воды с требуемыми характеристиками и позволяет через краник заправлять пакеты с сублимированной пищей. В агрегате установлен нагревательный элемент сопротивлением  $R$ , подключенный к источнику постоянного тока с внутренним сопротивлением  $r < R$ . Случилось так, что нагревательный элемент сломался, причем аналогичного элемента на борту МКС не оказалось. Можно ли заменить элемент другим, с сопротивлением  $R' < r$  и таким, чтобы время подогрева не изменилось?

**Решение:** Пусть ЭДС источника тока равна  $\mathcal{E}$ . Общее сопротивление равно  $r + R$ . По закону Ома сила тока равна  $I = \frac{\mathcal{E}}{r+R}$ , а напряжение в цепи  $U = IR = \frac{\mathcal{E}R}{r+R}$ . В таком случае мощность нагревателя  $P = IU = \frac{\mathcal{E}^2 R}{(r+R)^2}$ . Чтобы время нагрева при замене элемента не поменялось,  $R'$  должно быть решением уравнения  $P(R') = P(R)$ . Решая уравнение находим, что  $R' = \frac{r^2}{R} < r$  – удовлетворяет условию.

**Ответ:** Да, это возможно,  $R' = \frac{r^2}{R}$

6. Известно, что ось вращения Урана практически в точности лежит в плоскости эклиптики (плоскость, в которой лежит орбита Земли при вращении вокруг Солнца), а вращение Урана вокруг Солнца тоже практически в точности происходит в этой плоскости. Спутник Урана Титания вращается в плоскости экватора планеты (период обращения спутника составляет около 209 часов). Опишите, какие фазы спутника может наблюдать житель Урана в течение одного витка Титании и как они могут меняться в течение этого витка.

**Решение:** Ось вращения Урана лежит очень близко к плоскости его орбиты (то есть, планета фактически вращается «лежа на боку»), при этом направление этой оси в пространстве остается постоянным. Таким образом, Уран в ходе своего орбитального движения может быть ориентирован в сторону Солнца одним из своих полюсов, экватором, либо любой параллелью между экватором или полюсом. Год на Уране многократно больше как периода осевого вращения планеты, так и периодов обращения всех его спутников вокруг планеты. Поэтому в ходе одного или нескольких оборотов спутника вокруг планеты характер смены его фаз почти не будет меняться. В то же время в разных частях орбиты Урана при движении вокруг Солнца этот характер будет меняться весьма сильно. Так как плоскость орбиты Титании близка к экваториальной плоскости Урана, то:

- когда ось вращения Урана близка к направлению на Солнце, то смены фаз практически не будет, наблюдатель будет со стороны планеты видеть фазу, близкую к четверти в любой точке орбиты спутника,
- когда Уран ориентирован на Солнце экватором или близкой к экватору областью, то может наблюдаться полная смена фаз и даже могут иметь место частичные затмения Солнца спутником и полные и длительные затмения спутника планетой,
- когда Уран ориентирован на Солнце параллелью с широтой, существенно отличающейся от экватора или полюса, то будет иметь место промежуточное состояние, а именно, частичная смена фаз будет иметь место, но не будет ни фазы «полнотитании» (аналога полнолуния), ни фаз «новотитании» (аналога новолуния).

Изменение фаз поддается количественному подсчету, но в данной задаче не требуется, необходимо качественное понимание того, что в силу конфигурации плоскости орбиты спутника, плоскостей орбиты и экватора планеты характер смены фаз спутника будет меняться в течение уранианского года.