

ЭКЗАМЕН по ПРИКЛАДНОЙ МАТЕМАТИКЕ и ИНФОРМАТИКЕ

29.06.2022

ФАКУЛЬТЕТ КОСМИЧЕСКИХ ИССЛЕДОВАНИЙ

Вариант 1

Задача 1. Найдите $f^{(10)}(0)$, если $f(x) = (x^2 - 4x + 2)e^x$.

Задача 2. Найдите наибольшее и наименьшее значения функции $f(x, y, z) = 2x^2 + 4xy + 2y^2 - z^2$ на единичной сфере $x^2 + y^2 + z^2 = 1$.

Задача 3. Тело массы m движется по плоскости Oxy под воздействием силы \vec{F} , направленной от него к точке $O = (0, 0)$, и равной $\vec{F} = k^2 m \vec{r}$, где $\vec{r} = (x, y)$, а k — положительный параметр. Найдите закон движения тела $(x(t), y(t))$, если $x(0) = h$, $\left. \frac{dx}{dt} \right|_{t=0} = 0$, $y(0) = 0$, $\left. \frac{dy}{dt} \right|_{t=0} = v$. Здесь m, k, h, v — фиксированные положительные числа, $t \in [0, \infty)$ — время, $x(t)$ и $y(t)$ — искомые функции.

Задача 4. Известно, что булева функция $f(x, y, z)$ является самодвойственной, то есть $f(\bar{x}, \bar{y}, \bar{z}) = \bar{f}(x, y, z)$ и монотонной, то есть при увеличении любого из ее аргументов значение f не уменьшается. Кроме того, значение f не меняется при любых перестановках ее аргументов, то есть $f(x, y, z) = f(y, x, z) = f(z, y, x) = f(x, z, y) = f(y, z, x) = f(z, x, y)$. Найдите многочлен Жегалкина функции f .

Задача 5. Пространство \mathbb{R}^3 симметрично отразили относительно координатной плоскости Oxy , затем так же отразили относительно плоскости Oxz , а затем и относительно Oyz . Найдите образ произвольной точки (x, y, z) в результате всех трех преобразований.

Задача 6. Дана последовательность 1, 2, 4, 8, 61, 77, 541, 866, 5431, ... Каждое следующее число в последовательности получается так — к предыдущему числу надо прибавить его «обращение» — число, записанное обратным порядком цифр, а затем у суммы отсортировать цифры по убыванию. Например, $866 + 668 = 1534$, после сортировки цифр получаем следующий член последовательности 5431. Напишите программу на вашем любимом языке программирования, которая по номеру n вычисляет n -ый член последовательности.

Входные данные

Программа должна ввести с клавиатуры число n от 1 до 100 включительно.

Выходные данные

Программа должна вывести на экран одно число — n -ый член последовательности.

Пример:

Ввод: 4

Вывод: 8

Ввод: 8

Вывод: 866

Задача 7. На бумаге нарисовали прямоугольник из M строк и N столбцов. Затем некоторые клетки прямоугольника вырезали. На сколько частей распадется остаток

прямоугольника? Две клетки не распадаются, если они имеют общую сторону. Напишите программу на вашем любимом языке программирования, которая решает эту задачу.

Входные данные:

На вход подаются три натуральных числа — количество строк M , количество столбцов N и число K — количество вырезанных клеток. Затем подается последовательность K пар чисел — номер строки и номер столбца вырезанной клетки.

Выходные данные Необходимо вывести одно число — количество кусков, на которые распался прямоугольник.

Пример

Ввод

4 4 5

1 2

2 1

2 3

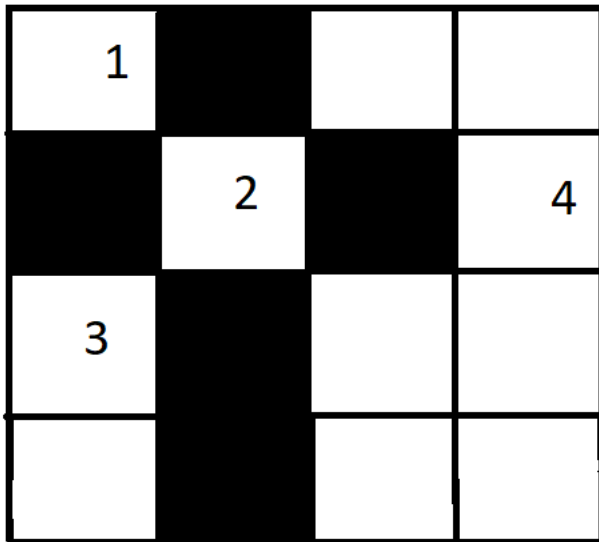
3 2

4 2

Вывод

4

Пояснение — смотри рисунок, где черным обозначены вырезанные клетки, а номера показывают части, на которые распалась



бумага.

ЭКЗАМЕН по ПРИКЛАДНОЙ МАТЕМАТИКЕ и ИНФОРМАТИКЕ

29.06.2022

ФАКУЛЬТЕТ КОСМИЧЕСКИХ ИССЛЕДОВАНИЙ

Вариант 2

Задача 8. Найдите $f^{(10)}(0)$, если $f(x) = (x^2 + x + 1) \sin x$.

Задача 9. Найдите наибольшее и наименьшее значения функции $f(x, y, z) = 3x^2 - 6xz + 2y^2 + 3z^2$ на единичной сфере $x^2 + y^2 + z^2 = 1$.

Задача 10. Тело массы m движется по плоскости Oxy под воздействием силы, направленной от него к точке $O = (0, 0)$, и равной по модулю $\frac{k^2 m}{r^2}$, где $r = \sqrt{x^2 + y^2}$ — расстояние от тела до точки O , k — положительный параметр. Найдите закон движения тела $(x(t), y(t))$, если $x(0) = h$, $\frac{dx}{dt}\big|_{t=0} = 0$, $y(0) = 0$, $\frac{dy}{dt}\big|_{t=0} = v$. Здесь m, k, h, v — фиксированные положительные числа, $t \in [0, \infty)$ — время, $x(t)$ и $y(t)$ — искомые функции.

Задача 11. Булева функция $f(x, y, z)$ является самодвойственной, то есть, $f(\bar{x}, \bar{y}, \bar{z}) = f(x, y, z)$ и монотонно невозрастающей, то есть при увеличении любого из ее аргументов значение f не увеличивается. Кроме того, значение f не меняется при любых перестановках ее аргументов, то есть, $f(x, y, z) = f(y, x, z) = f(z, y, x) = f(x, z, y) = f(y, z, x) = f(z, x, y)$. Найдите многочлен Жегалкина функции f .

Задача 12. Пространство \mathbb{R}^3 повернули на 180 градусов относительно координатной прямой Ox , затем так же повернули относительно прямой Oy , а затем и относительно Oz . Найдите образ произвольной точки (x, y, z) в результате всех трех преобразований.

Задача 13. Дана последовательность 1, 2, 4, 8, 16, 77, 145, 668, 1345, ... Каждое следующее число в последовательности получается так — к предыдущему числу надо прибавить его «обращение» — число, записанное обратным порядком цифр, а затем у суммы отсортировать цифры по возрастанию. Например, $668 + 866 = 1534$, после сортировки цифр получаем следующий член последовательности 1345. Напишите программу на вашем любимом языке программирования, которая по номеру n вычисляет n -ый член последовательности.

Входные данные

Программа должна ввести с клавиатуры число n от 1 до 100 включительно.

Выходные данные

Программа должна вывести на экран одно число — n -ый член последовательности.

Пример:

Ввод: 4

Вывод: 8

Ввод: 8

Вывод: 668

Задача 14. На бумаге нарисовали прямоугольник из M строк и N столбцов. Затем некоторые клетки прямоугольника вырезали. На сколько частей распадется остаток

прямоугольника? Две клетки не распадаются, если они имеют общую сторону. Напишите программу на вашем любимом языке программирования, которая решает эту задачу.

Входные данные:

На вход подаются три натуральных числа — количество строк M , количество столбцов N и число K — количество вырезанных клеток. Затем подается последовательность K пар чисел — номер строки и номер столбца вырезанной клетки.

Выходные данные Необходимо вывести одно число — количество кусков, на которые распался прямоугольник.

Пример

Ввод

4 4 5

1 2

2 1

2 3

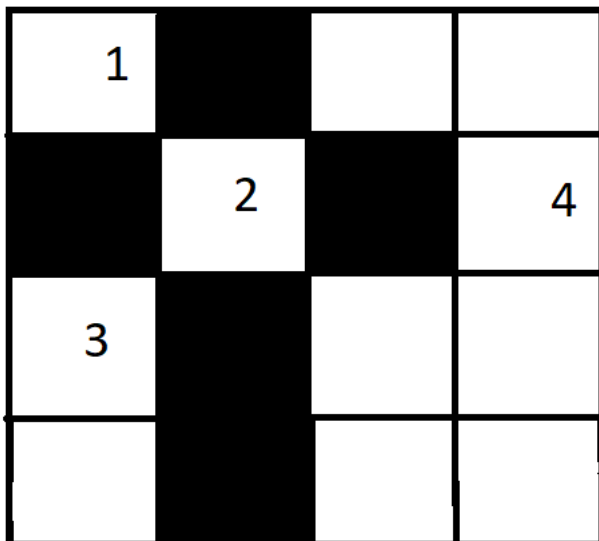
3 2

4 2

Вывод

4

Пояснение — смотри рисунок, где черным обозначены вырезанные клетки, а номера показывают части, на которые распалась



бумага.