

ЭКЗАМЕН по ПРИКЛАДНОЙ МАТЕМАТИКЕ И ИНФОРМАТИКЕ

25.06.2021

ФАКУЛЬТЕТ КОСМИЧЕСКИХ ИССЛЕДОВАНИЙ

Вариант 1

Задача 1. *Напишите уравнения касательной плоскости и нормали к поверхности $x^2y^3 - xy^2 = z + \frac{3}{8}$ в точке $M = \left(2, \frac{1}{2}, -\frac{3}{8}\right)$.*

Ответ: $2x + 8y - 8z - 5 = 0, \frac{x-2}{1/4} = \frac{y-1/2}{1} = \frac{z+3/8}{-1}$.

Полный балл: 10. Ошибка в знаке координаты z нормали: 9. Арифметическая ошибка: 8.

Задача 2. *Оператор переводит векторы ортонормированного базиса $\{\vec{e}_1, \vec{e}_2\}$ в векторы $\vec{f}_1 = \frac{1}{\sqrt{5}}(2\vec{e}_1 - \vec{e}_2), \vec{f}_2 = \frac{1}{\sqrt{5}}(\vec{e}_1 + 2\vec{e}_2)$. Является ли этот оператор ортогональным? Обоснуйте свой ответ.*

Ответ: Да

Полный балл: 10. Проведена только часть проверки (ортогональность или нормированность): 4.

Задача 3. *Найдите все особые точки системы дифференциальных уравнений на функции $x(t), y(t), t, x, y \in \mathbb{R}$,*

$$\begin{cases} \dot{x} = x^2 - y, \\ \dot{y} = x^2 - (y - 2)^2. \end{cases}$$

Для каждой точки укажите ее тип (центр, устойчивый фокус, неустойчивый фокус, узел, седло и т.д.).

Ответ: $(-2, 4)$ — узел, $(1, 1)$ — фокус, $(2, 4)$ и $(-1, 1)$ — седла.

Полный балл: 10. Недостаточное обоснование: 5. Есть разумные идеи, но решение обрывается: 2.

Задача 4. *Имеется три партии деталей по 20 деталей в каждой партии. Число стандартных деталей в первой, второй и третьей партиях равно соответственно 20, 15, 10. Из наудачу выбранной партии наудачу извлечена деталь, оказавшаяся стандартной. Деталь возвращают в партию и вторично из той же партии наудачу извлекают деталь, которая также оказывается стандартной. Найдите вероятность того, что детали были извлечены из третьей партии.*

Ответ: $4/29$.

Полный балл: 10. Найдена полная вероятность: 4. Арифметическая ошибка: 8.

Задача 5. *Найдите классическое решение уравнения теплопроводности $u_t = u_{xx} + u_{yy} + e^t$, $u|_{t=0} = \sin x \cos y$ в области $x, y \in \mathbb{R}, t \geq 0$.*

Ответ: $u(x, y, t) = \sin x \cos y e^{-2t} + e^t - 1$.

Полный балл: 10. Записана формула Пуассона: 2. Найдено частное решение: 3. Сделана подходящая замена: 3. Ошибка при вычислении интеграла: 6.

Задача 6. Чтобы обменяться необходимой информацией с центром управления, необходимо передать N различных пакетов информации A_1, \dots, A_N с космического аппарата в центр и столько же ответных пакетов B_1, \dots, B_N обратно. Передача одного пакета информации в одну сторону занимает одну секунду. В процессе передачи канал полностью занят (никакой другой информации в этот момент передаваться по нему не может). В вашем распоряжении имеется p каналов связи, работающих независимо друг от друга (каждый канал может передавать любой из пакетов $A_1, \dots, A_N, B_1, \dots, B_N$). Пакеты можно передавать в любом порядке, но ответ B_j передавать можно только после получения пакета A_j , $1 \leq j \leq N$. За какое минимальное время t можно передать все информационные пакеты? Напишите программу на вашем любимом языке программирования, реализующую алгоритм такой передачи.

Входные данные

Вводится натуральное число N ($1 \leq N \leq 10000$) и натуральное число p ($2 \leq p \leq 5$).

Выходные данные

Выведите число t . Затем выведите t строк. В каждой строке укажите номера пакетов, которые следует передавать в эту секунду. Номера разделяйте пробелом.

Пример

входные данные

2 2

выходные данные

2

A_1 A_2

B_1 B_2

Итоговый балл=технический балл $\times \frac{5}{3}$.