

ЭКЗАМЕН по ПРИКЛАДНОЙ МАТЕМАТИКЕ и ИНФОРМАТИКЕ

21.07.2022

ФАКУЛЬТЕТ КОСМИЧЕСКИХ ИССЛЕДОВАНИЙ

Вариант 1

Задача 1. Найдите координаты многочлена $P(t) = 2t^4 - 3t^2 + 11t - 7$ в базисе $\{1, t, t^2, t^3, t^4\}$ пространства \mathbb{P}_4 многочленов степени не выше 4.

Задача 2. Найдите $y'(x)$ и $y''(x)$ при $x = 0$, если функция $y(x)$ задана параметрически:

$$x(t) = \ln t, \quad y(t) = t^2 - 3t + 1.$$

Задача 3. Найдите все возможные дифференцируемые функции $y(x)$, ограниченные на луче $x \in (0, +\infty)$, которые удовлетворяют уравнению $3y^2y' - 2x = 2xy^3$.

Задача 4. а) Существует ли граф, содержащий 8 вершин и 20 ребер, который можно изобразить на плоскости без самопересечений ребер? Поясните свой ответ.

б) Существует ли граф, содержащий 8 вершин и 18 ребер, который можно изобразить на плоскости без самопересечений ребер? Поясните свой ответ.

Задача 5. Функция двух переменных $u(x, y)$ задана формулой: $u(x, y) = x^3 - 3xy^2 + 3x + 1$. Найдите голоморфную функцию комплексного переменного $f(z)$ такую, что $u(z) = \operatorname{Im} f(z)$, $z = x + iy$; $f(0) = 1 + i$.

Задача 6. Назовем натуральное число «удачным», если путем перестановки его цифр можно добиться делимости нацело на все числа от 2 до 9 включительно. Например, число 567 является «удачным». Оно делится на 7, на 3 и на 9. При перестановке его цифр 765 получаем делимость на 5. При перестановке 576 получаем делимость на 2, на 4, на 6 и на 8. Напишите программу на вашем любимом языке программирования, которая определяет, является ли введенное число «удачным».

Входные данные:

Программа считывает с клавиатуры число N от 1 до 100 000.

Выходные данные:

Программа выводит на экран YES, если N является «удачным», а в противном случае выводит NO.

Задача 7. Карта поверхности Луны состоит из прямоугольного поля $N \times M$ клеток. Рельеф местности таков, что луноход может из каждой клетки выйти в одном или в нескольких из четырех направлений «вправо», «вверх», «влево» или «вниз». В начальный момент времени позиция лунохода находится в одной из ячеек карты. Луноходу надо попасть в заданную конечную ячейку. При этом возможно, что луноход зациклится или уйдет за границы карты. Напишите программу на вашем любимом языке программирования, которая определит, сможет ли луноход пройти от начала до конца маршрута.

Входные данные:

Во входном файле data.txt заданы сначала размеры поля – число строк N и число столбцов M ($1 \leq N \leq 1000, 1 \leq M \leq 1000$). Далее идет N строк по M чисел, и в каждой клетке задаются направления стрелочек. Цифра 1 обозначает стрелочку вправо, 2 –

вверх, 3 — влево, 4 — вниз. Комбинация нескольких этих цифр 12, 13, 14, 23, 24, 34, 123, 124, 134, 234 и 1234 означает возможность пойти из ячейки по нескольким соответствующим направлениям. Например, если в ячейке находится число 12, то луноход может выйти из этой ячейки либо вправо, либо вверх. Числа в строке разделяются пробелами. Предпоследняя строка содержит два числа — номер строки и столбца клетки, в которой луноход находится в начальный момент времени. Последняя строка содержит два числа — номер строки и столбца клетки, в которую луноход должен прийти в конечный момент времени.

Выходные данные:

Выведите на экран YES, если путь без заикливания существует. Если такого пути нет, выведите NO.

Пример:

Входные данные

```
6 5
3 14 1 4 2
1 12 1234 34 1
4 12 134 14 4
1 2 23 23 34
3 1 4 4 4
2 2 3 4 2
1 2
5 3
```

Выходные данные

NO

ЭКЗАМЕН по ПРИКЛАДНОЙ МАТЕМАТИКЕ и ИНФОРМАТИКЕ

21.07.2022

ФАКУЛЬТЕТ КОСМИЧЕСКИХ ИССЛЕДОВАНИЙ

Вариант 2

Задача 1. Найдите координаты многочлена $P(t) = -3t^4 + 4t^3 - 17t + 5$ в базисе $\{1, t, t^2, t^3, t^4\}$ пространства \mathbb{P}_4 многочленов степени не выше 4.

Задача 2. Найдите $y'(x)$ и $y''(x)$ при $x = 0$, если функция $y(x)$ задана параметрически:

$$x(t) = \ln t, \quad y(t) = 2t^2 - 4t + 3.$$

Задача 3. Найдите все возможные дифференцируемые функции $y(x)$, ограниченные на луче $x \in (0, +\infty)$, которые удовлетворяют уравнению $3y^2y' - 4xy^3 = -4x$.

Задача 4. а) Существует ли граф, содержащий 9 вершин и 22 ребра, который можно изобразить на плоскости без самопересечений ребер? Поясните свой ответ.

б) Существует ли граф, содержащий 9 вершин и 21 ребро, который можно изобразить на плоскости без самопересечений ребер? Поясните свой ответ.

Задача 5. Функция двух переменных $u(x, y)$ задана формулой: $u(x, y) = x^3 - 3xy^2 - 3x^2 + 3y^2 + 3x - 1$. Найдите голоморфную функцию комплексного переменного $f(z)$ такую, что $u(z) = \operatorname{Re} f(z)$, $z = x + iy$; $f(0) = -1$.

Задача 6. Назовем натуральное число «удачным», если путем перестановки его цифр можно добиться делимости нацело на все числа от 2 до 9 включительно. Например, число 567 является «удачным». Оно делится на 7, на 3 и на 9. При перестановке его цифр 765 получаем делимость на 5. При перестановке 576 получаем делимость на 2, на 4, на 6 и на 8. Напишите программу на вашем любимом языке программирования, которая определяет, является ли введенное число «удачным».

Входные данные:

Программа считывает с клавиатуры число N от 1 до 100 000.

Выходные данные:

Программа выводит на экран YES, если N является «удачным», а в противном случае выводит NO.

Задача 7. Карта поверхности Луны состоит из прямоугольного поля $N \times M$ клеток. Рельеф местности таков, что луноход может из каждой клетки выйти в одном или в нескольких из четырех направлений «вправо», «вверх», «влево» или «вниз». В начальный момент времени позиция лунохода находится в одной из ячеек карты. Луноходу надо попасть в заданную конечную ячейку. При этом возможно, что луноход зациклится или уйдет за границы карты. Напишите программу на вашем любимом языке программирования, которая определит, сможет ли луноход пройти от начала до конца маршрута.

Входные данные:

Во входном файле data.txt заданы сначала размеры поля – число строк N и число столбцов M ($1 \leq N \leq 1000, 1 \leq M \leq 1000$). Далее идет N строк по M чисел, и в каждой клетке задаются направления стрелочек. Цифра 1 обозначает стрелочку вправо, 2 –

вверх, 3 — влево, 4 — вниз. Комбинация нескольких этих цифр 12, 13, 14, 23, 24, 34, 123, 124, 134, 234 и 1234 означает возможность пойти из ячейки по нескольким соответствующим направлениям. Например, если в ячейке находится число 12, то луноход может выйти из этой ячейки либо вправо, либо вверх. Числа в строке разделяются пробелами. Предпоследняя строка содержит два числа — номер строки и столбца клетки, в которой луноход находится в начальный момент времени. Последняя строка содержит два числа — номер строки и столбца клетки, в которую луноход должен прийти в конечный момент времени.

Выходные данные:

Выведите на экран YES, если путь без заикливания существует. Если такого пути нет, выведите NO.

Пример:

Входные данные

```
6 5
3 14 1 4 2
1 12 1234 34 1
4 12 134 14 4
1 2 23 23 34
3 1 4 4 4
2 2 3 4 2
1 2
5 3
```

Выходные данные

NO