

ЭКЗАМЕН по ПРИКЛАДНОЙ МАТЕМАТИКЕ И ИНФОРМАТИКЕ

резервный день 02.08.2021

ФАКУЛЬТЕТ КОСМИЧЕСКИХ ИССЛЕДОВАНИЙ

Ответы и критерии проверки

Задача 1. На плоскости задана прямая $l: 2x - y + 4 = 0$ и точка $A = (1, 1)$.

а) Найдите расстояние от точки A до прямой l .

б) Найдите координаты точки B , лежащей на прямой l на расстоянии $|AB| = \sqrt{10}$ от A .

в) Найдите величину (острого) угла между прямой l и вектором \vec{AB} , где B – точка из предыдущего пункта.

Ответ. а) $\sqrt{5}$;

б) $B = (0, 4)$ или $B = (-2, 0)$;

в) $\pi/4$.

Критерии проверки:

а), б), в) + ответ верный, обоснован;

+ ответ неверный вследствие арифметической ошибки;

± ответ неверный вследствие арифметической ошибки и есть пробелы в обосновании;

∓ есть только попытки решения (например, верный чертеж);

– все остальное.

Задача 2. Найдите все вещественные точки x , в которых сходится ряд

$$\sum_{n=1}^{+\infty} \frac{1}{n+1} \left(\frac{1+2x}{1-x} \right)^n.$$

Ответ. $x \in [-2, 0)$.

Критерии проверки:

+ промежуток найден верно, ответ полностью обоснован;

+ незначительные арифметические ошибки, структура ответа верная;

± верно найден интервал после замены, обратная замена не сделана или сделана с грубой ошибкой;

∓ есть попытки решения, ответ неверный вследствие логических ошибок;

– все остальное.

Задача 3. Найдите решение уравнения $u''_{xt} + 2u'_t = 0$ вида $u(x, t) = f(x)g(t)$, где $f, g \in C^2[0, +\infty)$, удовлетворяющее начальному условию $u'_x(0, t) = -\sin t$.

Ответ. $u(x, t) = \frac{\sin t}{2} e^{-2x}$.

Критерии проверки:

+ решение найдено верно, ответ полностью обоснован;

+ незначительные арифметические ошибки, структура решения верная;

± есть ошибки при интегрировании;

∓ есть попытки решения, ответ неверный вследствие логических ошибок;

– все остальное.

Задача 4. а) Для алфавитного кодирования $a \mapsto 010$, $b \mapsto 10$, $c \mapsto 11$, $d \mapsto 111$ из алфавита $\{a, b, c, d\}$ в алфавит $\{0, 1\}$ найдите слово, декодируемое неоднозначно.
б) Измените код одной из букв (в том же алфавите $\{0, 1\}$) так, чтобы декодирование стало однозначным. Обоснуйте свой ответ.

Ответ. а) $da = cbb = 111010$;
б) например, $d \mapsto 00$.

Критерии проверки:

- а) + верно предъявлено слово;
- ± есть решение, но слово предъявлено с ошибкой;
- все остальное;
- б) + верно предъявлен измененный код, решение обосновано;
- + верно предъявлен измененный код, нет обоснования;
- ± есть ошибки в рассуждениях, вследствие чего ответ неверный;
- все остальное;

Задача 5. На отрезке $[0, 1]$ наудачу поставлены точки X и Y (то есть случайные величины X и Y независимы и равномерно распределены на $[0, 1]$), которые разбивают отрезок $[0, 1]$ на 3 части. Найдите вероятность того, что из трех полученных отрезков можно сложить треугольник.

Ответ. $1/4$.

Критерии проверки:

- + вероятность найдена верно, решение обосновано;
- + незначительные арифметические ошибки, идея решения верная;
- ± есть идеи решения, ответ неверный вследствие логических ошибок;
- ∓ есть попытки решения, ответ не получен;
- все остальное.

Задача 6. Напишите программу, заполняющую квадратную таблицу $N \times N$ натуральными числами от 1 до N^2 , по спирали, начиная с левого верхнего угла и двигаясь по часовой стрелке.

Входные данные. Одно натуральное число N — размер таблицы, $1 \leq N \leq 100$.

Выходные данные. N строчек по N чисел в каждой.

Пример.

Входные данные: 4

Выходные данные:

```
1  2  3  4
12 13 14 5
11 16 15 6
10 9  8  7
```

Критерии проверки:

- + код оптимальный, работает без ошибок;
- + код неоптимальный, работает без ошибок;
- ± есть ошибки в коде, но алгоритм верный;
- +/-2 многочисленные ошибки в синтаксисе, но логика верная;
- ∓ ошибки в синтаксисе и в алгоритме, но присутствует верная идея;
- . есть обрывки кода; – код отсутствует.

Перевод технических оценок в баллы в зависимости от задачи:

Задачи 1а, 1б, 1в, 4а, 4б:

+ 5 баллов;

+ 4 балла;

± 3 балла;

∓ 1 балл;

– 0 баллов.

Задачи 2, 3:

+ 10 баллов;

+ 8 баллов;

± 6 баллов;

∓ 3 балла;

– 0 баллов.

Задача 5:

+ 15 баллов;

+ 12 баллов;

± 9 баллов;

∓ 5 баллов;

– 0 баллов.

Задача 6:

+ 20 баллов;

+ 18 баллов;

± 12 баллов;

+ /2 10 баллов;

∓ 7 баллов;

– 3 балла;

– 0 баллов.

Итоговая оценка по формуле: сумма баллов за все задачи +20 базовых баллов.