

Экзамен по предмету "Прикладная математика и информатика"
для поступающих в магистратуру по направлению
"Прикладная математика и информатика"
Факультет космических исследований МГУ имени
М.В.Ломоносова

25 июля 2020 года. Вариант 1.

Во всех задачах нужно привести полное решение.

Задача 1. На плоскости Oxy задан треугольник ABC с вершинами в точках $A(-x, 0)$, $B(0, y)$ и $C(x, 0)$, где $x > 0$, $y > 0$. Найдите наибольшее значение, которое может принимать площадь треугольника ABC при условии, что длина стороны AB равна 1.

1/2

Задача 2. Случайная величина X распределена на отрезке $[-1, 1]$ с плотностью распределения $\frac{a}{1+x^2}$.

- а) Найдите значение параметра a .
б) Вычислите математическое ожидание случайной величины X^2 .

$$a = 2/\pi; M(X^2) = 4/\pi - 1$$

Задача 3. Треугольником в графе G называются любые три вершины u , v и w графа, соединенные ребрами (u, v) , (u, w) и (v, w) . Сколько треугольников может содержать простой граф (неориентированный граф без петель и кратных ребер) с восемью вершинами, одна из которых имеет степень 7, а остальные семь — степень 3?

7 или 8

Задача 4. Функцию $f(x) = |x|$ разложили в ряд Фурье:

$$f(x) = a_0 + \sum_{n=1}^{+\infty} (a_n \cos nx + b_n \sin nx), \quad -\pi \leq x \leq \pi.$$

- а) Найдите коэффициент b_7 .
б) Найдите все коэффициенты ряда a_n , $n \geq 0$ и b_n , $n \geq 1$.
в) Вычислите сумму $a_0^2 + \sum_{n=1}^{+\infty} (a_n^2 + b_n^2)$.

$$0; b_n = 0, a_0 = \pi/2, a_{2n} = 0, a_{2n-1} = -\frac{4}{\pi(2n-1)^2}; \frac{5\pi^2}{12}.$$

Задача 5. Строка называется палиндромом, если она одинакова при прочтении слева направо и справа налево (например, 'abcсba'). Подстрока из одного символа всегда считается палиндромом. Напишите программу на Вашем любимом языке программирования, которая в заданной строке находит самую длинную подстроку-палиндром. На вход программе дается строка произвольной длины (от 1 до 256 символов), содержащая

произвольные символы. Нужно найти длину максимальной подстроки, являющейся палиндромом, и вывести ее длину.

Пример

Ввод: *abbccdabbadcnnnnn*

Вывод: *8*

Эта строка содержит несколько подстрок-палиндромов: 'bb', 'nnnnn', 'abba', но самым длинным палиндромом является 'cdabbadc'.

Ввод: *abc*

Вывод: *1*

Экзамен по предмету "Прикладная математика и информатика"
для поступающих в магистратуру по направлению
"Прикладная математика и информатика"
Факультет космических исследований МГУ имени
М.В.Ломоносова

25 июля 2020 года. Вариант 2.

Во всех задачах нужно привести полное решение.

Задача 1. На плоскости Oxy задан треугольник ABC с вершинами в точках $A(-x, 0)$, $B(0, y)$ и $C(x, 0)$, где $x > 0$, $y > 0$. Найдите наименьшее значение, которое может принимать длина стороны AB при условии, что площадь треугольника ABC равна 1.

$$\sqrt{2}$$

Задача 2. Случайная величина X распределена на отрезке $[-1/2, 1/2]$ с плотностью распределения $\frac{a}{1-x^2}$.

- Найдите значение параметра a .
- Вычислите математическое ожидание случайной величины X^2 .

$$a = 1/\ln 3; M(X^2) = 1 - 1/\ln 3$$

Задача 3. Треугольником в графе G называются любые три вершины u , v и w графа, соединенные ребрами (u, v) , (u, w) и (v, w) . Сколько треугольников может содержать простой граф (неориентированный граф без петель и кратных ребер) с девятью вершинами, одна из которых имеет степень 8, а остальные восемь — степень 3?

8 или 9

Задача 4. Функцию $f(x) = \pi - |x|$ разложили в ряд Фурье:

$$f(x) = a_0 + \sum_{n=1}^{+\infty} (a_n \cos nx + b_n \sin nx), \quad -\pi \leq x \leq \pi.$$

- Найдите коэффициент b_9 .
- Найдите все коэффициенты ряда a_n , $n \geq 0$ и b_n , $n \geq 1$.
- Вычислите сумму $a_0^2 + \sum_{n=1}^{+\infty} (a_n^2 + b_n^2)$.

$$0; b_n = 0, a_0 = \pi/2, a_{2n} = 0, a_{2n-1} = \frac{4}{\pi(2n-1)^2}; \frac{5\pi^2}{12}.$$

Задача 5. Строка называется палиндромом, если она одинакова при прочтении слева направо и справа налево (например, 'abcacba'). Подстрока из одного символа всегда считается палиндромом. Напишите программу на Вашем любимом языке программирования, которая в заданной строке находит самую длинную подстроку-палиндром. На вход программе дается строка произвольной длины (от 1 до 256 символов), содержащая

произвольные символы. Нужно найти длину максимальной подстроки, являющейся палиндромом, и вывести ее длину.

Пример

Ввод: *abbccdadbbadcccc*

Вывод: *8*

Эта строка содержит несколько подстрок-палиндромов: 'bb', 'cccc', 'abba', но самым длинным палиндромом является 'cdabbc'.

Ввод: *abc*

Вывод: *1*