

Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение
высшего образования
«Московский государственный университет имени М.В. Ломоносова»
факультет космических исследований

УТВЕРЖДАЮ

Декан факультета космических исследований, д.ф.-м.н.

/В.В.Сазонов/

«_____» _____ 20__ г.

ПРОГРАММА-МИНИМУМ

кандидатского экзамена по специальности

1.1.2 – «Дифференциальные уравнения и математическая физика»

Шифр и наименование области науки __1. Естественные науки __
Наименование отраслей науки,
по которым присуждаются ученые степени: **физико-математические науки**

Рабочая программа рассмотрена и одобрена
Ученым советом факультета
(**протокол №4 от 05.04.23 г.**)

Москва 2023

I. Описание программы:

Настоящая программа охватывает основополагающие разделы и области знания, в основе данной программы лежат следующие дисциплины: методы оптимизации, математическое моделирование, механика космического полёта, вариационное исчисление и оптимальное управление. Программа разработана экспертным советом факультета космических исследований МГУ имени М.В. Ломоносова и утверждена Ученым советом факультета космических исследований.

II. Основные разделы и вопросы к экзамену:

1. Задача Коши. Теоремы существования и единственности (для уравнения первого порядка, для линейных и нелинейных нормальных систем).
2. Однородные и неоднородные линейные дифференциальные уравнения и системы с постоянными коэффициентами.
3. Однородные и неоднородные линейные дифференциальные уравнения и системы с переменными коэффициентами. Формула Лиувилля – Остроградского.
4. Непрерывная зависимость решения от начальных значений и параметров.
5. Дифференцируемость решения по начальным значениям и параметрам.
6. Автономные системы и их свойства.
7. Стационарные точки. Классификация.
8. Устойчивость по Ляпунову. Теорема Ляпунова.
9. Классификация линейных уравнений в частных производных второго порядка. Приведение к каноническому виду.
10. Линейные и квазилинейные уравнения первого порядка в частных производных. Задача Коши. Теорема существования и единственности.
11. Одномерное волновое уравнение, бегущие волны, характеристики, фундаментальное решение.
12. Одномерное волновое уравнение с граничными условиями. Метод Фурье.
13. Многомерное волновое уравнение в R^2 и R^3 . Фундаментальные решения.
14. Уравнение диффузии. Формула Пуассона в R^n .

15. Уравнение Лапласа и Пуассона. Метод потенциалов.
16. Формула Грина. Функция Грина. Решение краевых задач для уравнения Лапласа и Пуассона с помощью функции Грина.
17. Понятие метрического, нормированного и евклидова пространства. Полнота. Пространства Соболева.
18. Ортогональные и ортонормированные системы. Теорема Рисса-Фишера. Примеры базисов.
19. Линейные непрерывные функционалы в нормированных пространствах. Основные свойства. Теоремы об общем виде функционалов гильбертовых пространствах и в пространствах Соболева. Описание сопряженных пространств.
20. Линейные непрерывные операторы в нормированных пространствах. Основные свойства. Примеры. Пространство операторов.
21. Обратимость операторов – теорема Банаха. Спектр ограниченного оператора (различная классификация), его свойства. Примеры.
22. Компактные операторы, их свойства. Спектр компактного оператора. Теоремы Фредгольма. Примеры (интегральные операторы).
23. Понятие неограниченного оператора. Замкнутость и замыкаемость, расширение и сужение. Сопряженный неограниченный оператор. Симметричность и самосопряженность.
24. Полугруппы операторов и их генераторы. Теорема Хилле-Иосиды.
25. Вариация функции и вариация функционала. Сильный и слабый минимумы.
26. Задача вариационного исчисления в форме задачи оптимального управления. Задача оптимального управления в понтрягинской форме. Принцип максимума.
27. Применение теории ОДУ в прогнозировании движения космических аппаратов. Первые интегралы системы уравнений движения. Уравнение Кеплера.
28. Невозмущенное и возмущенное движение, инерциальные и неинерциальные системы координат.
29. Система уравнений в оскулирующих элементах. Основные понятия, вывод.
30. Вращательное движение. Возмущающие факторы. Кинематика и динамика вращательного движения. Углы Эйлера, кватернионы, углы Крылова.
31. Маневры космических аппаратов. Маневры для изменения орбитальных элементов. Оптимальная коррекция орбитальных элементов.

32. Разностные и вариационно-разностные методы решений краевых задач для эллиптических, гиперболических и параболических уравнений (явные и неявные схемы).
33. Метод Рунге и Галеркина для решений краевых задач.

III. Критерии оценивания

Критерии и показатели оценивания ответа на экзамене			
1	2	3	4
Неудовлетворительно	Удовлетворительно	Хорошо	Отлично
Отсутствие знаний и фрагментарные представления о внутренней логике и последовательности изложения основных разделов математики и информатики, относящихся к соответствующей специальности	В целом сформированные, но неполные знания о внутренней логике и последовательности изложения основных разделов математики и информатики, относящихся к соответствующей специальности	Сформированные, но содержащие отдельные пробелы знания о внутренней логике и последовательности изложения основных разделов математики и информатики, относящихся к соответствующей специальности	Сформированные систематические знания о внутренней логике и последовательности изложения основных разделов математики и информатики, относящихся к соответствующей специальности

IV. Рекомендуемая основная литература:

- 1) А.Н. Колмогоров, С.В. Фомин. Элементы теории функций и функционального анализа. Седьмое издание. Москва: Физматлит. 2019.
- 2) В.И. Богачёв, О.Г. Смолянов. Действительный и функциональный анализ. Университетский курс. Москва: Регулярная и хаотическая динамика. 2009.
- 3) А.Я. Хелемский. Лекции по функциональному анализу. Второе издание. Москва: МЦНМО. 2014.
- 4) Р. Энгелькинг. Общая топология. Москва: Мир. 1986.
- 5) И.Ц. Гохберг, М.Г. Крейн. Введение в теорию линейных

несамосопряженных операторов. Москва: Физматлит. 1965.

- 6) Б.М. Левитан, И.С. Саргсян. Операторы Штурма-Лиувилля и Дирака. Москва: Мир, 1988.
- 7) М.А. Наймарк. Линейные дифференциальные операторы, Москва: Прогресс-Традиция, 2010.
- 8) Л.С. Понтрягин Обыкновенные дифференциальные уравнения, М.: УРСС, 2019 г.
- 9) О.А. Олейник. Лекции об уравнениях с частными производными, Москва, Бином, 2005.
- 10) В.Н. Масленникова. Дифференциальные уравнения в частных производных, Москва, РУДН, 1997.
- 11) В.П. Михайлов, А.К. Гуцин. Дополнительные главы курса «Уравнения математической физики», Москва, 2007.
- 12) Л. Э. Эльсгольц. Дифференциальные уравнения, М.: Классический учебник МГУ, 2023 (URSS)
- 13) Л.Э. Эльсгольц. Вариационное исчисление, М.: Классический учебник МГУ, 2023 (URSS)

V. Дополнительная литература:

- 1) К. Иосида Функциональный анализ. Москва: URSS. 2007.
- 2) А.М. Савчук, И.В. Садовничая Спектральный анализ одномерной системы Дирака с суммируемым потенциалом и оператора Штурма-Лиувилля с коэффициентами – распределениями. Совр. математика. Фунд. направления. Т. 66 № 3, 2020, с. 373-530.
- 3) В.И. Арнольд Обыкновенные дифференциальные уравнения, М.: Наука, 2014 г.
- 4) И.Г. Петровский Лекции об уравнениях с частными производными, Москва, Физматлит, 2009.
- 5) Э.М. Галеев, М.И. Зеликин, С.В. Конягин, Оптимальное управление. М.: МЦНМО, 2008

- б) С.В. Конягин, Вариационное исчисление и оптимальное управление. <http://mech.math.msu.su/~kon/konyagin11.pdf>

VI. Авторы программы:

1. Садовничая Инна Викторовна, д.ф.-м.н., заведующий кафедрой фундаментальной и прикладной математики ФКИ МГУ,
2. Савчук Артём Маркович – д.ф.-м.н., профессор кафедры фундаментальной и прикладной математик ФКИ МГУ,
3. Сазонов Василий Викторович – д.ф.-м.н., заведующий кафедрой математического моделирования в космических исследованиях ФКИ МГУ,
4. Самыловский Иван Александрович – к.ф.-м.н., доцент кафедры математического моделирования в космических исследованиях ФКИ МГУ.