

«Утверждаю»
Декан ФКИ МГУ имени М.В. Ломоносова

В.В. Сазонов



**МОСКОВСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ
имени М.В. ЛОМОНОСОВА**

Факультет космических исследований

ПРОГРАММА

**вступительного экзамена в аспирантуру по специальности 1.1.2 –
дифференциальные уравнения и математическая физика**

От экзаменуемого требуется: знание материала, предусмотренного в общей и дополнительной частях; умение кратко изложить содержание работы, представленной в качестве реферата, и владение всем кругом вопросов, связанных с узкой областью, к которой относится реферат.

1. Общая часть.

1. Непрерывные функции одной переменной и их свойства. Равномерная непрерывность. Равностепенная непрерывность семейства функций. Теорема Арцела.
2. Функции многих переменных. Полный дифференциал, и его геометрический смысл. Достаточные условия дифференцируемости. Градиент.
3. Определенный интеграл. Интегрируемость непрерывной функции. Первообразная непрерывной функции. Приближенное вычисление определенных интегралов. Формулы трапеций и Симпсона, оценки погрешностей. Понятие о методе Гаусса.
4. Числовые ряды. Сходимость рядов. Критерий Коши. Достаточные признаки сходимости (Коши, Деламбера, интегральный, Лейбница).
5. Абсолютная и условная сходимость ряда. Свойства абсолютно сходящихся рядов. Перестановка членов ряда. Теорема Римана. Умножение рядов.
6. Ряды и последовательности функций. Равномерная сходимость. Признак Вейерштрасса. Свойства равномерно сходящихся рядов (непрерывность суммы, почленное интегрирование и дифференцирование).

7. Собственные и несобственные интегралы, зависящие от параметра. Равномерная сходимость по параметрам и ее признаки. Непрерывность, интегрирование и дифференцирование интегралов по параметру.
8. Мера множества. Измеримые функции. Интеграл Лебега и его основные свойства.
9. Степенные ряды в действительной и комплексной области. Радиус сходимости. Теорема Коши-Адамара. Теорема Абеля. Свойства степенных рядов (почленное интегрирование и дифференцирование). Разложение элементарных функций.
10. Функции комплексного переменного. Условия Коши-Римана. Геометрический смысл аргумента и модуля производной.
11. Элементарные функции комплексного переменного z^n , e^z , $\frac{az+b}{ez+d}$, и даваемые ими конформные отображения. Простейшие многозначные функции \sqrt{z} , $\text{Ln}(z)$.
12. Теорема Коши об интеграле по замкнутому контуру. Интеграл Коши. Ряд Тейлора.
13. Ряд Лорана. Полус и существенно особая точка. Вычеты. Основная теорема о вычетах и ее применение.
14. Линейные преобразования. Квадратичные формы. Приведение их к каноническому виду линейными преобразованиями в комплексной и действительной областях. Закон инерции.
15. Линейная зависимость и независимость векторов. Ранг матрицы. Системы линейных алгебраических уравнений, теорема Кронекера-Капелли. Общее решение системы линейных алгебраических уравнений.
16. Ортогональные преобразования в евклидовом пространстве и ортогональные матрицы. Свойства ортогональных матриц.
17. Характеристический многочлен линейного преобразования векторного пространства. Собственные числа и собственные векторы. Свойства собственных чисел и векторов симметрических матриц. Понятие о методе ортогональных вращений решения полной проблемы собственных значений.
18. Итерационные методы решения уравнения $f(x) = 0$ (хорд, Ньютона). Принцип сжатых отображений в полных метрических пространствах и его применение.
19. Линейные операторы, норма линейного оператора. Итерационные методы решения систем линейных алгебраических уравнений (методы простой итерации и Зейделя).