Московский государственный университет

имени М.В. Ломоносова

факультет космических исследований

ПРОГРАММА-МИНИМУМ

кандидатского экзамена по профилю (направленности)

**05.13.18 «Математическое моделирование, численные методы и комплексы программ»**

по физико-математическим наукам

Москва

**Введение**

Настоящая экзаменационная программа соответствует утвержденному паспорту научной специальности "Математическое моделирование, численные методы и комплексы программ". В основу программы положены следующие дисциплины: функциональный анализ и спектральная теория, дифференциальная геометрия, обыкновенные дифференциальные уравнения, математическое моделирование.

Программа разработана экспертным советом факультета космических исследований МГУ имени М.В.Ломоносова и утверждена Ученым советом факультета космических исследований.

**1.Функциональный анализ**

1. Основные структуры функционального анализа: метрические и нормированные пространства, пространства со скалярным произведением.

2. Конструкция пространств Лебега. Пространства и .

1. Оператор Штурма-Лиувилля на отрезке. Невозмущенный оператор. Регулярные и сильно регулярные краевые условия.
2. Оператор Штурма-Лиувилля с разделенными краевыми условиями. Существование и единственность решения задачи Коши. Асимптотическое представление функций ФСР.
3. Асимптотика собственных значений и собственных функций оператора Штурма-Лиувилля с разделенными краевыми условиями.
4. Функция Грина оператора Штурма-Лиувилля. Теорема о разложении по собственным функциям оператора Штурма-Лиувилля с вещественным потенциалом.

**2. Дифференциальная геометрия**

7. Касательная кривой. Достаточные условия существования касательной к  
кривой. Гладкие кривые, регулярные кривые, достаточные условия гладкости  
и регулярности.

8. Кривизна кривой. Достаточные условия существования кривизны кривой  
в точке, формулы для вычисления для натуральной параметризации и для  
общего случая.

9. Кручение кривой. Достаточные условия существования кручения кривой  
в точке, формулы для вычисления для натуральной параметризации и для  
общего случая.

10. Формулы Френе. Натуральные уравнения кривой.

11. Определение поверхности. Касательная плоскость. Достаточные условия  
существования касательной плоскости. Гладкие и регулярные поверхности,  
достаточные условия гладкости и регулярности.

12. Первая квадратичная форма, измерения на поверхности, внутренняя  
геометрия поверхности.

13. Вторая квадратичная форма. Классификация точек регулярной поверхности.

**3. Уравнения с частными производными**

1. Обобщенные производные. Неравенство Фридрихса. След функций из пространств Соболева.
2. Обобщенная задача Дирихле с однородными граничными условиями. Вариационный метод доказательства теоремы существования и единственности обобщенного решения задачи Дирихле.
3. Задача Дирихле с неоднородными граничными условиями.
4. Неравенство Пуанкаре. Разрешимость 2-ой и 3-ей краевой задачи для уравнения Пуассона.
5. Вариационный принцип для собственных функций оператора Лапласа. Точная постоянная в неравенстве Фридрихса.
6. Теорема о первой собственной функции оператора Лапласа. Теорема Реллиха.
7. Обоснование метода Фурье для гиперболических уравнений в пространстве Соболева.
8. Обоснование метода Фурье для неоднородного гиперболического уравнения.

**4. Математическое моделирование**

1. Понятие математического моделирования и вычислительного эксперимента. Объект моделирования и модель объекта. Адекватность математической модели.
2. Принципы проведения вычислительного эксперимента. Модель, алгоритм, программа. Описание этапов проведения и связей между ними.
3. Применение аналогий при построении математических моделей. Методы построения математических моделей на основе фундаментальных законов природы. Вариационные принципы построения математических моделей.
4. Интерполяция и аппроксимация функций. Численные методы интерполяции и аппроксимации.
5. Численное методы дифференцирования и интегрирования.
6. Численные методы решения нелинейных уравнений и систем нелинейных уравнений.
7. Численные методы решения систем обыкновенных дифференциальных уравнений.

**Основная литература**

1. А.Н. Колмогоров, С.В. Фомин. *Элементы теории функций и функционального анализа.* Седьмое издание. Москва: Физматлит. 2019.
2. В.И. Богачёв, О.Г. Смолянов. *Действительный и функциональный анализ. Университетский курс.* Москва: Регулярная и хаотическая динамика. 2009.
3. И.Ц. Гохберг, М.Г. Крейн. *Введение в теорию линейных несамосопряженных операторов.*  Москва: Физматлит. 1965.
4. Б.М. Левитан, И.С. Саргсян. *Операторы Штурма-Лиувилля и Дирака*. Москва: Мир, 1988.
5. М.А. Наймарк. *Линейные дифференциальные операторы*, Москва: Прогресс-Традиция, 2010.
6. Л.С. Понтрягин *Обыкновенные дифференциальные уравнения,* М.: УРСС, 2019 г.
7. О.А. Олейник. *Лекции об уравнениях с частными производными*, Москва, Бином, 2005.
8. В.Н. Масленникова. *Дифференциальные уравнения в частных производных*, Москва, РУДН, 1997.
9. В.П. Михайлов, А.К. Гущин. *Дополнительные главы курса «Уравнения математической физики»*, Москва, 2007.
10. Э.Г. Позняк, Е.В. Шикин. *Дифференциальная геометрия. Первое знакомство,* Москва, изд-во МГУ, 1990.
11. А.А. Самарский, А.П. Михайлов. *Математическое моделирование: Идеи, Методы, Примеры.* М.:ФИЗМАТЛИТ. 2001 г.
12. *Математическое моделирование*. – Под ред. А.Н. Тихонова, В.А. Садовничего и др. М.: Издательство МГУ, 1993 г.
13. Н.С. Бахвалов, Н.П. Жидков, Г.М. Кобельков. *Численные методы.* М.: Бином. Лаборатория знаний, 2003 г.

### Дополнительная литература

1. К. Иосида *Функциональный анализ.* Москва: URSS. 2007.
2. А.М. Савчук, И.В. Садовничая *Спектральный анализ одномерной системы Дирака с суммируемым потенциалом и оператора Штурма-Лиувилля с коэффициентами – распределениями.* Совр. математика. Фунд. направления. Т. 66 № 3, 2020, с. 373-530.
3. В.И. Арнольд *Обыкновенные дифференциальные уравнения*, М.: Наука, 2014 г.
4. И.Г. Петровский *Лекции об уравнениях с частными производными*, Москва, Физматлит, 2009.