Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего профессионального образования

Московский государственный университет имени М.В. Ломоносова

Факультет космических исследований

**«УТВЕРЖДАЮ»**

Председатель Ученого совета

ФКИ МГУ имени М.В. Ломоносова

\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_ В.А.Соловьев

«\_\_\_»\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_ 20\_\_ г.

**РАБОЧАЯ ПРОГРАММА УЧЕБНОЙ ДИСЦИПЛИНЫ**

**«Уравнения с частными производными. Дополнительные главы.»**

Уровень высшего образования – подготовка научно-педагогических кадров в аспирантуре по направлениям

**01.06.01 Математика и механика**

**09.06.01 Информатика и вычислительная техника**

Составитель: Денисов Василий Николаевич

Рабочая программа рассмотрена и одобрена

на заседании кафедры фундаментальной и прикладной математики

(протокол №\_\_ от \_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_20\_\_ г.)

20\_\_\_г.

## РАБОЧАЯ ПРОГРАММА ДИСЦИПЛИНЫ

1. **НАИМЕНОВАНИЕ ДИСЦИПЛИНЫ**

Уравнения в частных производных. Дополнительные главы.

## УРОВЕНЬ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ

Подготовка научно-педагогических кадров в аспирантуре.

## НАПРАВЛЕНИЕ ПОДГОТОВКИ, НАПРАВЛЕННОСТЬ (ПРОФИЛЬ) ПОДГОТОВКИ

## 01.06.01 Математика и механика

## 09.06.01 Информатика и вычислительная техника

## МЕСТО ДИСЦИПЛИНЫ В СТРУКТУРЕ ОСНОВНОЙ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЙ ПРОГРАММЫ

Дисциплина относится к специальным дисциплинам вариативной части образовательной программы и является обязательной для освоения.

## ПЕРЕЧЕНЬ ПЛАНИРУЕМЫХ РЕЗУЛЬТАТОВ ОБУЧЕНИЯ

Дисциплина участвует в формировании следующих компетенций образовательной программы:

|  |  |
| --- | --- |
| **Формируемые компетенции** | **Планируемые результаты обучения** |
| Владение современными методами построения и анализа математических моделей, возникающих при решении естественнонаучных задач, а также ме- тодами разработки и реализации алгоритмов их решения на основе фунда- ментальных знаний в области математики и информатики (ПК-1) | З1 (ПК-1) Знать:  современные методы построения и анализа математических моделей, возникающих при решении естественнонаучных задач, а также современ- ные методы разработки и реализации алгоритмов их решения  У1 (ПК-1) Уметь:  применять современные методы построения и анализа математических моделей, возникающих при решении естественнонаучных задач, а также современные методы разработки и реализации алгоритмов их решения В1 (ПК-1) Владеть:  навыками оптимального выбора современных методов построения и ана- |

|  |  |
| --- | --- |
|  | лиза математических моделей, возникающих при решении естественно- научных задач, а также современных методов разработки и реализации  алгоритмов их решения |
| Cпособность самостоятельно осуществлять научно-исследовательскую дея- тельность в соответствующей профессиональной области с использованием современных методов исследования и информационно-коммуникационных технологий  (ОПК-1) | З1(ОПК-1) ЗНАТЬ:  современные методы исследования и информационно-  коммуникационных технологий в соответствующей профессиональной обасти  У1(ОПК-1) УМЕТЬ:  уметь самостоятельно осуществлять научно-исследовательскую деятель- ность в соответствующей профессиональной области с использованием современных методов исследования и информационно- коммуникационных технологий |
| Способность к критическому анализу и оценке современных научных дос- тижений, генерированию новых идей при решении исследовательских и практических задач, в том числе в междисциплинарных областях  (УК-1) | У2 (УК-1)УМЕТЬ:  при решении исследовательских и практических задач генерировать но- вые идеи, поддающиеся операционализации исходя из наличных ресурсов и ограничений  В2 (УК-1)ВЛАДЕТЬ:  навыками критического анализа и оценки современных научных дости- жений и результатов деятельности по решению исследовательских и практических задач, в том числе в междисциплинарных областях |

Оценочные средства для промежуточной аттестации приведены в Приложении.

## ОБЪЕМ ДИСЦИПЛИНЫ

Объем дисциплины составляет 3 зачетных единицы, всего 108 часов.

40 часов составляет контактная работа с преподавателем – 32 часа занятий лекционного типа, 0 часов занятий семинарского типа (се- минары, научно-практические занятия, лабораторные работы и т.п.), 0 часов индивидуальных консультаций, 4 часа мероприятий текущего контроля успеваемости, 2 часа групповых консультаций, 2 часа мероприятий промежуточной аттестации.

68 часов составляет самостоятельная работа аспиранта.

## ВХОДНЫЕ ТРЕБОВАНИЯ ДЛЯ ОСВОЕНИЯ ДИСЦИПЛИНЫ

Учащиеся должны владеть знаниями по математическому анализу, уравнениям в частных производных, в объеме, соответствующем основным образовательным программам бакалавриата и магистратуры по укрупненным группам направлений и специальностей 01.00.00

«Математика и механика», 02.00.00 «Компьютерные и информационные науки».

## ОБРАЗОВАТЕЛЬНЫЕ ТЕХНОЛОГИИ

|  |
| --- |
| 1. Программное обеспечение для подготовки слайдов лекций MS PowerPoint |
| 2. Программное обеспечение для создания и просмотра pdf-документов Adobe Reaer |
| 3. Издательская система LaTeX. |

1. **СОДЕРЖАНИЕ ДИСЦИПЛИНЫ**

В курсе рассматриваются основные проблемы и задачи, связанные с задачами граничного управления распределенными системами.

Рассматривается теория пространств Соболева, а также операционные методы решения уравнений в частных производных и задач граничного управления.

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| **Наименование и крат- кое содержание разде- лов и тем дисциплины (модуля),** | **Всего (часы**) | В том числе | |
| **Контактная работа (работа во взаимодействии с преподава- телем), часы**  из них | **Самостоятельная работа обучаю- щегося, часы**  из них |

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| **форма промежуточной аттестации по дисцип- лине (модулю)** |  | Занятия лекционного типа | Занятия семинарско- го типа | Групповые консуль- тации | Индивидуальные консультации | Учебные занятия, направленные на проведение теку- щего контроля ус- певаемости (кол- локвиумы, прак- тические кон- трольные занятия и др)\* | **Всего** | Выполнение домашних заданий | Подготовка рефератов и т.п.. | **Всего** |
| **Тема 1.** Обобщенные производные и простран- ства Соболева  Обобщенные производные. Неравенство Фридрихса.  След функций из про- странств Соболева.  Обобщеная задача Дирихле с однородными граничными условиями.  Вариационный метод дока- зательства теоремы сущест- вования и единственности обобщенного решения зада- чи Дирихле.  Задача Дирихле с неодно- родными граничными усло- виями | 22 | 14 | - | - | - |  | 14 | 8 | - | 8 |
| ***Тема 2.*** Вторая и третья краевые задачи. Метод Фурье для гиперболиче- ских уравнений | 22 | 14 | - | - | - | - | 14 | 8 | - | 8 |

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| Неравенство Пуанкаре. Разрешимость 2-ой и 3-ей краевой задачи для уравнения Пуассона.  Вариационный принцип для соб- ственных функций оператора Ла- пласа. Точная постоянная в нера- венстве Фридрихса.  Теорема о первой собственной функции оператора Лапласа. Тео- рема Реллиха.  Обоснование метода Фурье для гиперболических уравнений в пространстве Соболева.  Обоснование метода Фурье для неоднородного гиперболического уравнения. |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| ***Тема* 3.** Некоторые во- просы теории граничных уравнений  Операторные методы. Теория и обоснование.  Примеры.  Современное состояние теории граничных задач и граничного уравнения. | 14 | 4 | - | - | - | 2 | 6 | 8 | - | 8 |
| **4. Промежуточная атте- стация – устный экза- мен** |  | 2 | | | | | | 44 | | |
| **Итого** | 108 | 40 | | | | | | 68 | | |

## УЧЕБНО-МЕТОДИЧЕСКИЕ МАТЕРИАЛЫ ДЛЯ САМОСТОЯТЕЛЬНОЙ РАБОТЫ УЧАЩИХСЯ

Самостоятельная работа учащихся состоит в изучении лекционного материала, учебно-методической литературы, подготовки к теку- щему контролю и промежуточной аттестации.

Литература для самостоятельной работы студентов в соответствии с тематическим планом .

# Модуль 1 «Обобщенные производные и пространства Соболева. 1,2 и 3 краевые задачи»

* 1. О.А.Олейник. Лекции об уравнениях с частными производными, Москва, Бином, 2005.
  2. В.Н.Масленникова. Дифференциальные уравнения в частных производных, Москва, РУДН, 1997.
  3. В.П.Михайлов, А.К.Гущин. Дополнительные главы курса «Уравнения математической физики», Москва, 2007.

# Модуль 2 «Метод Фурье для гиперболических уравнений»

1. В.Н.Масленникова. Дифференциальные уравнения в частных производных, Москва, РУДН, 1997.

# Модуль 3 «Некоторые вопросы теории граничного управления»

1. В.А.Ильин, Е.И.Моисеев., Успехи матем. наук, т.60, № 6, 2005.

## РЕСУРСНОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ

**Основная литература**

|  |  |
| --- | --- |
| 1. | О.А.Олейник. Лекции об уравнениях с частными производными. Москва, Бином,  2005. |
| 2. | В.Н.Масленникова. Дифференциальные уравнения в частных производных, Москва, РУДН, 1997. |
| 3. | В.П.Михайлов, А.К.Гущин. Дополнительные главы курса «Уравнения математической физики», Москва, 2007.  . |

**Дополнительная литература**

* 1. И.Г.Петровский. Лекции об уравнениях с частными производными., Москва, Физматлит, 2009.

## Ресурсы информационно-телекоммуникационной сети «Интернет»

|  |  |
| --- | --- |
| 1. | [http://elibrary.ru](http://elibrary.ru/) |
| 2. | [www.arxiv.org](http://www.arxiv.org/) |
| 3. | [www.mathnet.ru](http://www.mathnet.ru/) |

**Информационные технологии, используемые в процессе обучения**

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| 1. | Программное обеспечение для подготовки слайдов лекций MS PowerPoint | |
| 2. | Программное обеспечение для создания и просмотра pdf-документов Adobe Reader | |
| 3. | Издательская система LaTeX. |  |
|  |  | **Активные и интерактивные формы проведения занятия** |
| **№ п\п** | **Тип занятия или внеаудиторной работы** | **Вид и тематика (название) интерактивного занятия** |
| 1 | Лекция 7 | Устный опрос в виде диалога по теме первого модуля |
| 2 | Лекция 16 | Обсуждение современных проблем теории с участием приглашенного специалиста |

**Материально-техническая база**

Для преподавания дисциплины требуется класс, оборудованный маркерной или меловой доской и проектором.

## ЯЗЫК ПРЕПОДАВАНИЯ

Русский

## РАЗРАБОТЧИК ПРОГРАММЫ, ПРЕПОДАВАТЕЛИ

профессор, д.ф.-м.н. /Денисов В.Н./

## Приложение

**ОЦЕНОЧНЫЕ СРЕДСТВА ДЛЯ ПРОМЕЖУТОЧНОЙ АТТЕСТАЦИИ ПО ДИСЦИПЛИНЕ**

**«Уравнения в частных производных. Дополнительные главы»**

Средства для оценивания планируемых результатов обучения, критерии и показатели оценивания приведены ниже.

|  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| **РЕЗУЛЬТАТ ОБУЧЕНИЯ**  **по дисциплине (модулю)** | **КРИТЕРИИ и ПОКАЗАТЕЛИ ОЦЕНИВАНИЯ РЕЗУЛЬТАТА ОБУЧЕНИЯ**  **по дисциплине (модулю)**  *(критерии и показатели берутся из соответствующих карт компетенций, при этом пользуются*  *либо традиционной системой оценивания, либо БРС)* | | | | | **ОЦЕНОЧНЫЕ СРЕДСТВА** |
|  | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 |  |
|  | **Неудовлетворительно** | **Неудовлетвори- тельно** | **Удовлетвори- тельно** | **Хорошо** | **Отлично** |  |
| ЗНАТЬ:  современные методы построения и анализа математических мо- делей, возникающих при решении естест- веннонаучных задач, а также современные методы разработки и реализации алгорит- мов их решения  З1 (ПК-1) | Отсутствие знаний | Фрагментарные представления о со- временных методах построения и анализа математических мо- делей, возникающих при решении естест- веннонаучных задач, а также современных методах разработки и реализации алгорит- мов их решения | В целом сформи- рованные, но не- полные знания о современных ме- тодах построения и анализа матема- тических моде-  лей, возникающих при решении ес- тественнонауч- ных задач, а так- же современных методах разработ- ки и реализации  алгоритмов их решения | Сформированные, но содержащие отдельные пробе- лы знания о со- временных мето- дах построения и анализа матема- тических моде- лей, возникающих при решении ес- тественнонауч- ных задач, а так- же современных методах разработ- ки и реализации  алгоритмов их решения | Сформированные систематические знания о современ- ных методах по-  строения и анализа математических мо- делей, возникающих при решении естест- веннонаучных задач,  а также современных методах разработки и реализации алгорит- мов их решения | Устный экзамен- тест |
| УМЕТЬ:  применять современ- ные методы построе- ния и анализа мате-  матических моделей, | Отсутствие умений | Фрагментарные умения применять  современные методы  построения и анализа математических мо- | В целом  успешное, но не систематическое  умение применять современные ме- | Успешное, но содержащее отдельные  пробелы умение применять совре- | Сформированное умение применять  современные методы  построения и анализа математических мо- | Устный экзамен |

|  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| возникающих при |  | делей, возникающих | тоды построения | менные методы | делей, возникающих |  |
| решении естествен- | при решении естест- | и анализа матема- | построения и ана- | при решении естест- |
| нонаучных задач, а | веннонаучных задач, | тических моде- | лиза математиче- | веннонаучных задач, |
| также современные | а также современные | лей, возникающих | ских моделей, | а также современные |
| методы разработки и | методы разработки и | при решении ес- | возникающих при | методы разработки и |
| реализации алгорит- | реализации алгорит- | тественнонауч- | решении естест- | реализации алгорит- |
| мов их решения | мов их решения | ных задач, а так- | веннонаучных | мов их решения |
| У1 (ПК-1) |  | же современные | задач, а также со- |  |
|  |  | методы разработ- | временные |  |
|  |  | ки и реализации | методы разработ- |  |
|  |  | алгоритмов их | ки и реализации |  |
|  |  | решения | алгоритмов их |  |
|  |  |  | решения |  |
| ВЛАДЕТЬ: | Отсутствие навыков | Фрагментарное | В целом | Успешное, но | Сформированное | Устный экзамен |
| навыками оптималь- |  | владение навыками | успешное, но не | содержащее | владение навыками |  |
| ного выбора совре- |  | оптимального выбора | полное владение | отдельные | оптимального выбора |  |
| менных методов по- |  | современных | навыками опти- | пробелы владение | современных |  |
| строения и анализа |  | методов построения | мального выбора | навыками опти- | методов построения |  |
| математических мо- |  | и анализа математи- | современных ме- | мального выбора | и анализа математи- |  |
| делей, возникающих |  | ческих моделей, воз- | тодов построения | современных ме- | ческих моделей, воз- |  |
| при решении естест- |  | никающих при реше- | и анализа матема- | тодов построения | никающих при реше- |  |
| веннонаучных задач, |  | нии естественнона- | тических моде- | и анализа матема- | нии естественнона- |  |
| а также современных |  | учных задач, а также | лей, возникающих | тических моде- | учных задач, а также |  |
| методов разработки и |  | современных | при решении ес- | лей, возникающих | современных |  |
| реализации алгорит- |  | методов разработки и | тественнонауч- | при решении ес- | методов разработки и |  |
| мов их решения |  | реализации алгорит- | ных задач, а так- | тественнонауч- | реализации алгорит- |  |
| В1 (ПК-1) |  | мов их решения | же современных | ных задач, а так- | мов их решения |  |
|  |  |  | методов разра- | же современных |  |  |
|  |  |  | ботки и реализа- | методов разра- |  |  |
|  |  |  | ции алгоритмов | ботки и реализа- |  |  |
|  |  |  | их решения | ции алгоритмов |  |  |
|  |  |  |  | их решения |  |  |
| УМЕТЬ: | Отсутствие умений | Частично освоенное | В целом успеш- | В целом успеш- | Сформированное | доклад на |
| при решении иссле- |  | умение при решении | ное, но не систе- | ное, но содержа- | умение при решении | научном |
| довательских и прак- |  | исследовательских и | матически осуще- | щее отдельные | исследовательских и | семинаре |
| тических задач гене- |  | практических задач | ствляемое умение | пробелы умение | практических задач |  |
| рировать новые идеи, |  | генерировать идеи, | при решении ис- | при решении ис- | генерировать идеи, |  |

|  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| поддающиеся опера- ционализации исходя из наличных ресур-  сов и ограничений У2 (УК-1) |  | поддающиеся опера- ционализации исходя из наличных ресур-  сов и ограничений | следовательских и практических за- дач генерировать идеи, поддаю- щиеся операцио- нализации исходя из наличных ре-  сурсов и ограни- чений | следовательских и практических за- дач генерировать идеи, поддаю- щиеся операцио- нализации исходя из наличных ре-  сурсов и ограни- чений | поддающиеся опера- ционализации исходя из наличных ресур-  сов и ограничений |  |
| ВЛАДЕТЬ: | Отсутствие навыков | Фрагментарное при- | В целом успеш- | В целом успеш- | Успешное и система- | доклад на науч- |
| навыками критиче- |  | менение технологий | ное, но не систе- | ное, но содержа- | тическое применение | ном семинаре |
| ского анализа и |  | критического анализа | матическое при- | щее отдельные | технологий критиче- |  |
| оценки современных |  | и оценки современ- | менение техноло- | пробелы приме- | ского анализа и |  |
| научных достижений |  | ных научных дости- | гий критического | нение технологий | оценки современных |  |
| и результатов дея- |  | жений и результатов | анализа и оценки | критического | научных достижений |  |
| тельности по реше- |  | деятельности по ре- | современных на- | анализа и оценки | и результатов дея- |  |
| нию исследователь- |  | шению исследова- | учных достиже- | современных на- | тельности по реше- |  |
| ских и практических |  | тельских и практиче- | ний и результатов | учных достиже- | нию исследователь- |  |
| задач, в том числе в |  | ских задач. | деятельности по | ний и результатов | ских и практических |  |
| междисциплинарных |  |  | решению иссле- | деятельности по | задач. |  |
| областях |  |  | довательских и | решению иссле- |  |  |
| В2 (УК-1) |  |  | практических за- | довательских и |  |  |
|  |  |  | дач. | практических за- |  |  |
|  |  |  |  | дач. |  |  |
| УМЕТЬ: | Отсутствие умений | Частично освоенное | В целом | В целом | Успешное и | доклад на науч- |
| самостоятельно |  | умение | успешное, но не | успешное, но | систематическое | ном семинаре |
| осуществлять |  | самостоятельно | систематическое | содержащее | умение |  |
| научно- |  | осуществлять | умение | отдельные | самостоятельно |  |
| исследовательскую |  | научно- | самостоятельно | пробелы умение | осуществлять |  |
| деятельность в |  | исследовательскую | осуществлять | самостоятельно | научно- |  |
| соответствующей |  | деятельность в | научно- | осуществлять | исследовательскую |  |
| профессиональной |  | соответствующей | исследовательску | научно- | деятельность в |  |
| области с |  | профессиональной | ю деятельность в | исследовательску | соответствующей |  |
| использованием |  | области с | соответствующей | ю деятельность в | профессиональной |  |

|  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| современных методов  исследования и информационно- коммуникационных технологий  У1 (ОПК-1) |  | использованием современных  методов исследования и информационно-  коммуникационных технологий | профессионально й области с использованием современных  методов исследования и информационно- коммуникационн ых технологий | соответствующей профессионально й области с использованием современных  методов исследования и информационно- коммуникационн  ых технологий | области с использованием современных  методов исследования и информационно-  коммуникационных технологий |  |
| ЗНАТЬ: | Отсутствие знаний | Фрагментарные | В целом сформи- | Сформированные, | Сформированные | доклад на науч- |
| современные методы |  | представления со- | рованные, но не- | но содержащие | систематические | ном семинаре |
| исследования и ин- |  | временных методах | полные знания о | отдельные пробе- | знания о современ- |  |
| формационно- |  | исследования и ин- | современных ме- | лы знания о со- | ных методах иссле- |  |
| коммуникационных |  | формационно- | тодах исследова- | временных мето- | дования и информа- |  |
| технологий в соот- |  | коммуникационных | ния и информаци- | дах исследования | ционно- |  |
| ветствующей про- |  | технологий в соот- | онно- | и информацион- | коммуникационных |  |
| фессиональной об- |  | ветствующей про- | коммуникацион- | но- | технологий в соот- |  |
| ласти |  | фессиональной об- | ных технологий в | коммуникацион- | ветствующей про- |  |
| З1(ОПК-1) |  | ласти | соответствующей | ных технологий в | фессиональной об- |  |
|  |  |  | профессиональ- | соответствующей | ласти |  |
|  |  |  | ной области | профессиональ- |  |  |
|  |  |  |  | ной области |  |  |

## Фонды оценочных средств, необходимые для оценки результатов обучения

Список вопросов для устного экзамена.

* 1. Обобщенные производные
  2. Неравенство Фридрихса
  3. След функций из пространств Соболева
  4. Обобщенная задача Дирихле с однородными граничными условиями
  5. Вариационный метод доказательства теоремы существования и единственности обобщенного решения задачи Дирихле
  6. Задача Дирихле с неоднородными граничными условиями
  7. Неравенство Пуанкаре
  8. Разрешимость 2-ой и 3-ей краевой задачи для уравнения Пуассона
  9. Вариационный принцип для собственных функций оператора Лапласа. Точная постоянная в неравенстве Фридрихса
  10. Теорема о первой собственной функции оператора Лапласа. Теорема Реллиха. 11.Обоснование метода Фурье для гиперболических уравнений в пространстве Соболева

12. Обоснование метода Фурье для неоднородного гиперболического уравнения 13.Операторные методы. Теория и обоснование.

14.Преобразование Хевисайда в граничном уравнении. Примеры.

Материалы для мероприятий текущего контроля.

Мероприятия текущего контроля реализуются в виде тестов с выбором вариантов ответа. Четыре набора тестов охватывают теоретический материал, относящийся соответственно к темам 1, 2, 3 . Вопросы тестов соответствуют приведенным выше вопросам к устному экзамену, раскрывая их на более подробном уровне.