

**Пятый список задач по курсу Дополнительные главы  
Математического Анализа**

Каждый должен научиться решать любую задачу из списка

6 декабря 2018

Найти интервал сходимости степенного ряда

- |  |   |
|--|---|
| 1. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n^n}{e^n n!} (x-2)^n$ ;              | 2. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{2^n - n^2}{(-5)^n} (x+1)^n$ ;                 |
| 3. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n + \sqrt{n^2 - 1}}{2n+1} (x+3)^n$ ; | 4. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^{n^2}}{n} x^n$ ;                         |
| 5. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n!}{(2n)!} (x - \sqrt{2})^n$ ;       | 6. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n^2 + 1}{2n^2 - 3} x^{3n}$ ;                  |
| 7. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1 + (-1)^n}{n} (x-1)^n$ ;            | 8. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n^n + (-1)^n n!}{(e \cdot n)^n} (x+6)^{2n}$ . |

Разложить функцию  $f$  по базису  $\{\varphi_n\}$ .

1.  $f(x) = \frac{e^x + e^{-x}}{2}$ ,  $x \in [-\pi, \pi]$ ,  $\varphi_n(x) = \frac{1}{\sqrt{\pi}} \cos(nx)$  при  $n \leq -1$ ,  $\varphi_0(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}}$ ,  
 $\varphi_n(x) = \frac{1}{\sqrt{\pi}} \sin(nx)$  при  $n \geq 1$ ;
2.  $f(x) = \frac{e^x - e^{-x}}{2}$ ,  $x \in [-\pi, \pi]$ ,  $\varphi_n(x) = \frac{1}{\sqrt{\pi}} \cos(nx)$  при  $n \leq -1$ ,  $\varphi_0(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}}$ ,  
 $\varphi_n(x) = \frac{1}{\sqrt{\pi}} \sin(nx)$  при  $n \geq 1$ ;
3.  $f(x) = \frac{\pi - x}{2}$ ,  $x \in [0, 2\pi]$ ,  $\varphi_n(x) = \frac{1}{\sqrt{\pi}} \cos(nx)$  при  $n \leq -1$ ,  $\varphi_0(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}}$ ,  
 $\varphi_n(x) = \frac{1}{\sqrt{\pi}} \sin(nx)$  при  $n \geq 1$ ;
4.  $f(x) = \cos x$ ,  $x \in [0, \pi]$ ,  $\varphi_n(x) = \sqrt{\frac{2}{\pi}} \sin(nx)$  при  $n \geq 1$ ;
5.  $f(x) = 1$ ,  $x \in [0, \pi]$ ,  $\varphi_n(x) = \sqrt{\frac{2}{\pi}} \sin(nx)$  при  $n \geq 1$ ;
6.  $f(x) = \sin x$ ,  $x \in [0, \pi]$ ,  $\varphi_n(x) = \sqrt{\frac{2}{\pi}} \cos(nx)$  при  $n \geq 1$ ,  $\varphi_0(x) = \sqrt{\frac{1}{\pi}}$ ;
7.  $f(x) = e^x$ ,  $x \in [0, \pi]$ ,  $\varphi_n(x) = \sqrt{\frac{2}{\pi}} \cos(nx)$  при  $n \geq 1$ ,  $\varphi_0(x) = \sqrt{\frac{1}{\pi}}$ ;

Найти максимальное  $\theta \geq 0$ , при котором ряд сходится в пространстве  $W_2^\theta[-\pi, \pi]$

1.  $\sum_{n \in \mathbb{Z}} \frac{e^{inx}}{n^2 + 1}$ ;
2.  $\sum_{n \in \mathbb{Z}} e^{inx}$ ;
3.  $\sum_{n \in \mathbb{Z}} n e^{inx}$ ;
4.  $\sum_{n \in \mathbb{Z}} \frac{e^{-inx}}{\sqrt{n^4 + 1}}$ ;
5.  $\sum_{n \in \mathbb{Z}} 2^n e^{inx}$ ;
6.  $\sum_{n \in \mathbb{Z}} 2^{-n} e^{inx}$ ;
7.  $\sum_{n \in \mathbb{Z}} \frac{n^7 - 1}{2n^2 + 3} e^{inx}$ .

Найти ортонормированный базис из собственных функций оператора

1.  $Ly = -y''$ ,  $y(0) = y(1) = 0$ ;
2.  $Ly = -y''$ ,  $y(-1) = y'(1) = 0$ ;
3.  $Ly = -y''$ ,  $y'(0) = y'(4) = 0$ ;
4.  $Ly = -y''$ ,  $y(-\pi) = y(\pi)$ ,  $y'(-\pi) = y'(\pi)$ ;
5.  $Ly = -y''$ ,  $y(-\pi) = -y(\pi)$ ,  $y'(-\pi) = -y'(\pi)$ .