

Второй список задач (весенний семестр)
по курсу «Дополнительные главы математического анализа»
07 марта 2019

Найти образ множества под действием отображения

1. $w = \ln z$, $w(i) = 5\pi i/2$, область: верхняя полуплоскость с вырезанными дугами $\{|z| = 1, 0 \leq \arg z \leq \pi/3\}$ и $\{|z| = 1, 2\pi/3 \leq \arg z \leq \pi\}$;
2. $w = \sin z$, область: полуполоса $\{-\pi < x < \pi/2, y > 0\}$ с вырезанным отрезком $[0, 2i]$;
3. $w = \ln z$, $w(1/e) = -1$, область: полукруг $\{x > 0, |z| < 1\}$;
4. $w = \operatorname{tg} z$, область: полуполоса $\{-\pi/2 < x < \pi/2, y > 0\}$ с вырезанным отрезком $[0, 2i]$;
5. $w = z^3$, область: вся плоскость без двух отрезков $[-i, 2i]$ и $[-1 + 2i, 1 + 2i]$;
6. $w = z^2$, область: квадрант $\{x > 1, y < -1\}$;
7. $w = z + \sqrt{z^2 + 1}$, $w(+0) = -1$, область: полукруг $\{x > 0, |z| < 1\}$;
8. $w = \operatorname{arctg} z$, $w(-1/\sqrt{3}) = -\pi/6$, область: полукруг $\{x < 0, |z| < 1\}$;
9. $w = e^z$, область: полоса $-\pi < x < \pi$;
10. $w = \sin z$, область: полуполоса $\{x > 0, 0 < y < \pi/2\}$;
11. $w = \sqrt{z}$, $w(-4) = -2i$, область: вся плоскость с вырезанным лучом $[-1, +\infty)$ и вырезанной полуокружностью $\{|z| = 1, \pi/2 \leq \arg z \leq 3\pi/2\}$;
12. $w = \ln z$, $w(2i) = \ln 2 + \pi i/2$, область: сектор $\{|z| > 1, \pi/4 < \arg z < 3\pi/4\}$;
13. $w = \operatorname{th} z$, область: первый квадрант $\{x > 0, y > 0\}$;
14. $w = \sqrt{z}$, $w(4) = -2$, область: $\{x > 0, |z| > 1\}$;
15. $w = \sqrt{z}$, $w(1) = 1$, область: внутренность параболы $\{x > y^2/4 - 1\}$ с вырезанным отрезком $[-1, 0]$;
16. $w = \operatorname{arctg} z$, $w(-\sqrt{3}) = -\pi/3$, область: вся комплексная плоскость без отрезка $[-i, i]$;
17. $w = z^2$, область: четверть круга $\{|z| < 2\sqrt{2}, x < 0, y < 0\}$ с вырезанным отрезком $[-1 - i, -2 - 2i]$;
18. $w = \ln z$, $w(e) = 1 - 4\pi i$, область: $\{x > 0, |z| > 1\}$;
19. $w = e^z$, область: квадрат $\{0 < x < 1, |y| < \pi\}$;
20. $w = \operatorname{tg} z$, область: полоса $\{0 < y < \pi\}$;
21. $w = z^3$, область: вся плоскость без луча $[-1, +\infty)$;
22. $w = z^4$, область: полукруг $\{y < 0, |z| < 1\}$;
23. $w = z^3$, область: $\{y > 0, |z| > 1\}$;
24. $w = z + \sqrt{z^2 - 1}$, $w(3i/4) = 2i$, область: кольцо, образованное эллипсами $x^2/2 + y^2 = 1$ и $2x^2/3 + y^2 = 1$;
25. $w = \operatorname{ch} z$, область: полуполоса $\{x > 0, 0 < y < \pi\}$;
26. $w = \sqrt{z}$, $w(e^{i\pi/4}) = e^{i\pi/8}$, область: $\{x > 0, 0 < y < 2\sqrt{x+1}\}$;
27. $w = \operatorname{tg} z$, область: полоса $0 < x < \pi/4$;
28. $w = \operatorname{arccos} z$, $w(0) = -\pi/2$, область: вся комплексная плоскость без лучей $(-\infty, -1]$ и $[1, +\infty)$;
29. $w = z + \sqrt{z^2 - 1}$, $w(3i/4) = 2i$, область: фигура, ограниченная отрезком вещественной оси и гиперболами $\{y > 0, 2x^2 - 2y^2 < 1\}$;
30. $w = \operatorname{arcsin} z$, $w(0) = 0$, область: вся комплексная плоскость без лучей $(-\infty, -1]$ и $[1, +\infty)$;
31. $w = \sin z$, область: полуполоса $\{y > 0, 0 < x < \pi\}$ без отрезка $[\pi/2, \pi/2 + i]$;
32. $w = \cos z$, область: квадрант $\{x > 0, y > 0\}$.