

Вариант А1

1. Вычислить интеграл $\int_0^{\frac{\pi}{2}} \sin 2x e^{2x} dx$.

2. Найти уравнение кривой второго порядка с центром симметрии в нуле, проходящую через точки $(-1,2)$, $(-2,3)$ и $(1,-3)$. Указать вид кривой.

3. Пусть $m \in \mathbb{Z}_+$ (целое неотрицательное число), $n \in \mathbb{N}$ (натуральное число), тогда m представимо в виде $m = n * p - r$, где $p, r \in \mathbb{Z}_+$, $r < n$. Запись $m(!^n)$ означает n -кратный факториал числа m , где $m(!^n) = (n * p - r) * (n * (p - 1) - r) * \dots * (n - r)$, $0(!^n) = 1$. Последовательность $F_i(n)$ образуют числа $0(!^n), 1(!^n), \dots, i(!^n), \dots$. Например, для $n = 5$ $F_i(5) : 1, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 14, 24, 36, 50, 66, \dots$. Составьте программу, которая принимает числа $n, A, B \in \mathbb{N}$, где $2 < n < 1001$, $1 < A, B < 4250000$, и выводит в порядке возрастания элементы $F_i(n)$, заключённые между A и B . Если A или B или они оба являются n -кратными факториалами, то их нужно выводить. Если A и B таковы, что выводить нечего, то программа выводит -1.

Примеры: ввод: 5 25 6 вывод: 6 14 24 || ввод: 5 8 9 вывод: -1 || ввод: 5 15 35 вывод: 24

Допустимые языки программирования: FreePascal, Delphi, C, C++, Java. Программа должна быть максимально эффективной по времени работы и занимаемой памяти. Неэффективное решение рассматривается как ошибочное. Размеры значений всех используемых Вами числовых типов для целевой вычислительной системы укажите в комментарии к программе.

4. Решить линейную неоднородную систему уравнений с заданными начальными условиями

$$\begin{cases} \dot{x} = 2y + 2t, & x(0) = 1, \\ \dot{y} = 2x + e^{2t} + 1, & y(0) = \frac{1}{4}. \end{cases}$$

5. Найти число решений уравнения $x_1 \rightarrow (x_2 \oplus x_3) = 0$.

6. В классе 70% мальчиков. Домашнее задание сделали 80% девочек и 60% мальчиков. Учитель проверяет наугад выбранную тетрадь, и оказывается, что домашнее задание сделано. Какова вероятность, что это тетрадь мальчика?

7. Получить выражение для погрешности приближенного вычисления интеграла функции $f(x) = 3x^2 - x$ на отрезке $[0; 2]$ по квадратурной формуле

$$I_h = \frac{h}{2} \sum_{k=1}^N [f((k-1)h) + f(kh)], \text{ где } Nh = 2.$$

Найти минимальное значение N , при котором абсолютное значение погрешности не превосходит значения $\varepsilon = 0.01$.

8. Найдите $u(x, t)$:
$$\begin{cases} u_t = u_{xx} + x \cos t + \sin x, & x \in (0; \pi), t > 0, \\ u(0, t) = \pi, u(\pi, t) = \pi \sin t, & t \geq 0, \\ u(x, 0) = \pi - x + 2 \sin x, & x \in [0; \pi]. \end{cases}$$